**3.5 משפט**

התת-קבוצות מהוות בסיס עבור טופולוגיה על וביחס לטופולוגיה זו ההתאמה  *כך ש-, משכנת את כמרחב דיסקרטי וצפוף ב-, ולכן ההגבלה של ל הינה הומיאומורפיזם.*

***הוכחה:***

*נסמן* . נראה כי מהווה בסיס עבור טופולוגיה על , כלומר, שהמשפחה  *הינה טופולוגיה על*

*נוכיח כי*

*לפי למה 3.4.1 נובע כי*

*וכן*

*ולכן מהגדרת מתקיים וממילא מתקיים כי*  ולפי האמור מתקיים

*נוכיח כי אם לכל מתקיים אזי*

*תהיינה ולכן קיימים כך שעבור כל מתקיים .(הערה: i לא חייב להימנות)*

*ולכן*

*אבל זהו איחוד קבוצות מולכן לפי הגדרת מתקיים .*

*נוכיח כי אם אזי*

*תהיינה ולכן שוב קיימים כך שעבור כל מתקיים .*

*נסמן*

*אזי*

*אבל שייכת לובפרט שהיא שייכת ל- וממילא קיבלנו כי .*

*מכל האמור נקבל כי*  טופולוגיה וביחס אליה הבסיס שלה.

*נוכיח כי* ההתאמה  *כך ש-, משכן את כמרחב דיסקרטי וצפוף ב-*

*ההתאמה , כך ש- . הינה חח"ע – כי עבור מתקיים:*

והיות ומתוך הגדרת הטופולוגיה על נובע כי הסינגל טונים- הינם קבוצות פתוחות. ולכן נקבל כי התמונה של תחת הינה דיסקרטית.

נוכיח צפיפות( צפוף ב- ) –

ניקח את האוסף כבסיס לטופולוגיה על . ונוכיח כי פוגשת כל קבוצה .

אזי יהי . קבוצה פתוחה בבסיס. ולכן קיים . אבל אזי ,  
ולכן קיבלנו כי פוגשת כל קבוצה בבסיס.

ולכן הינה צפופה.